Universidade de Aveiro

Inteligência Artificial (*LEI, LECI*)

Tópicos de IA:
Resolução Automática de Problemas

Ano lectivo 2024/2025

Regente: Luís Seabra Lopes

Tópicos de Inteligência Artificial

- Agentes
- Representação do conhecimento
- Técnicas de resolução de problemas
  - Técnicas de pesquisa em árvore
  - Técnicas de pesquisa em grafo
  - Técnicas de pesquisa por melhorias sucessivas
  - Técnicas de pesquisa com propagação de restrições
  - Técnicas de planeamento

Resolução de problemas em IA

- Um *problema* é algo (um objectivo) cuja solução não é imediata
- Por isso, a resolução de um problema requer a *pesquisa de uma solução*

Resolução de problemas em IA

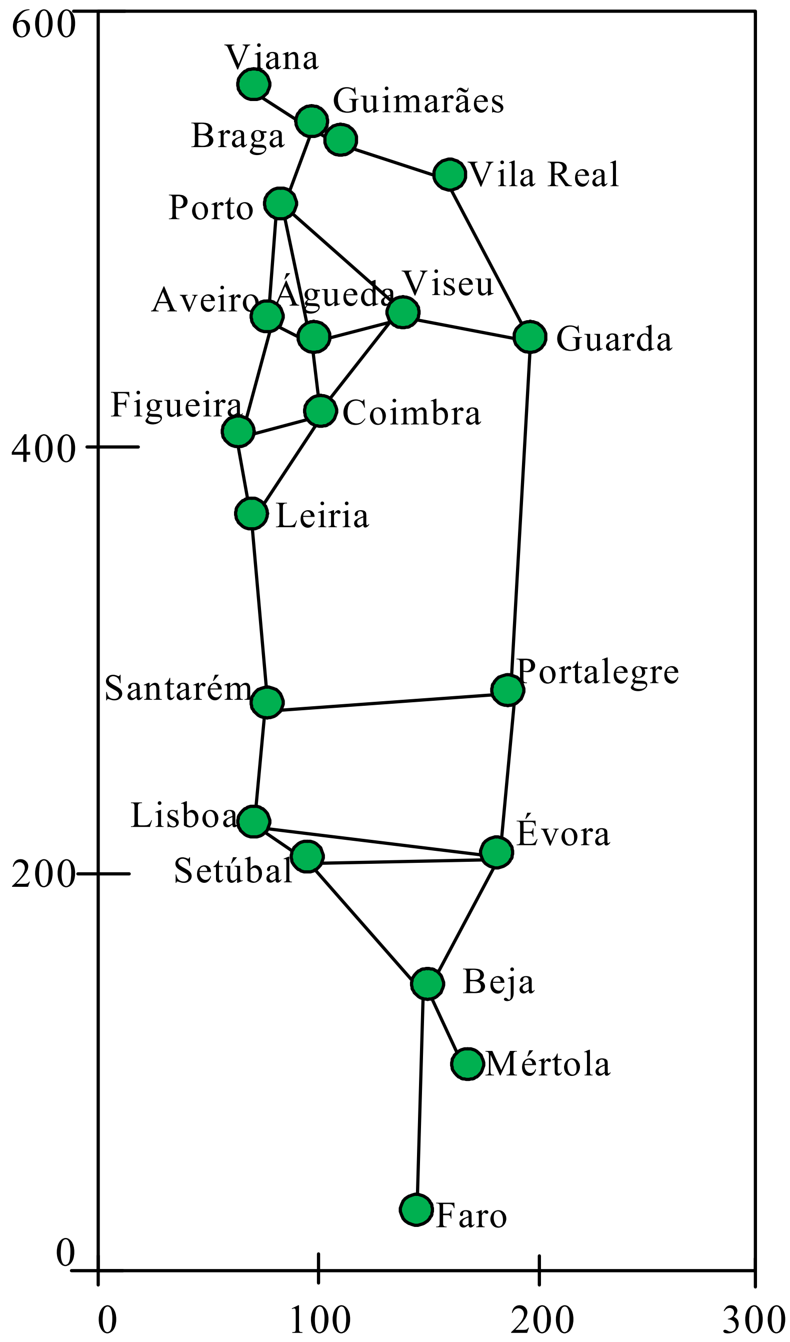
- Um *problema* é algo cuja solução não é imediata
- Exemplos de problemas:
  - Dado um conjunto de axiomas, demonstrar um novo teorema
  - Dado um mapa, determinar o melhor caminho entre dois pontos.
  - Dada uma situação num jogo de xadrez, determinar uma boa jogada.
  - Determinar a melhor distribuição das portas lógicas no circuito VLSI
  - Dada as peças de um produto a montar, determinar a melhor sequência de montagem.

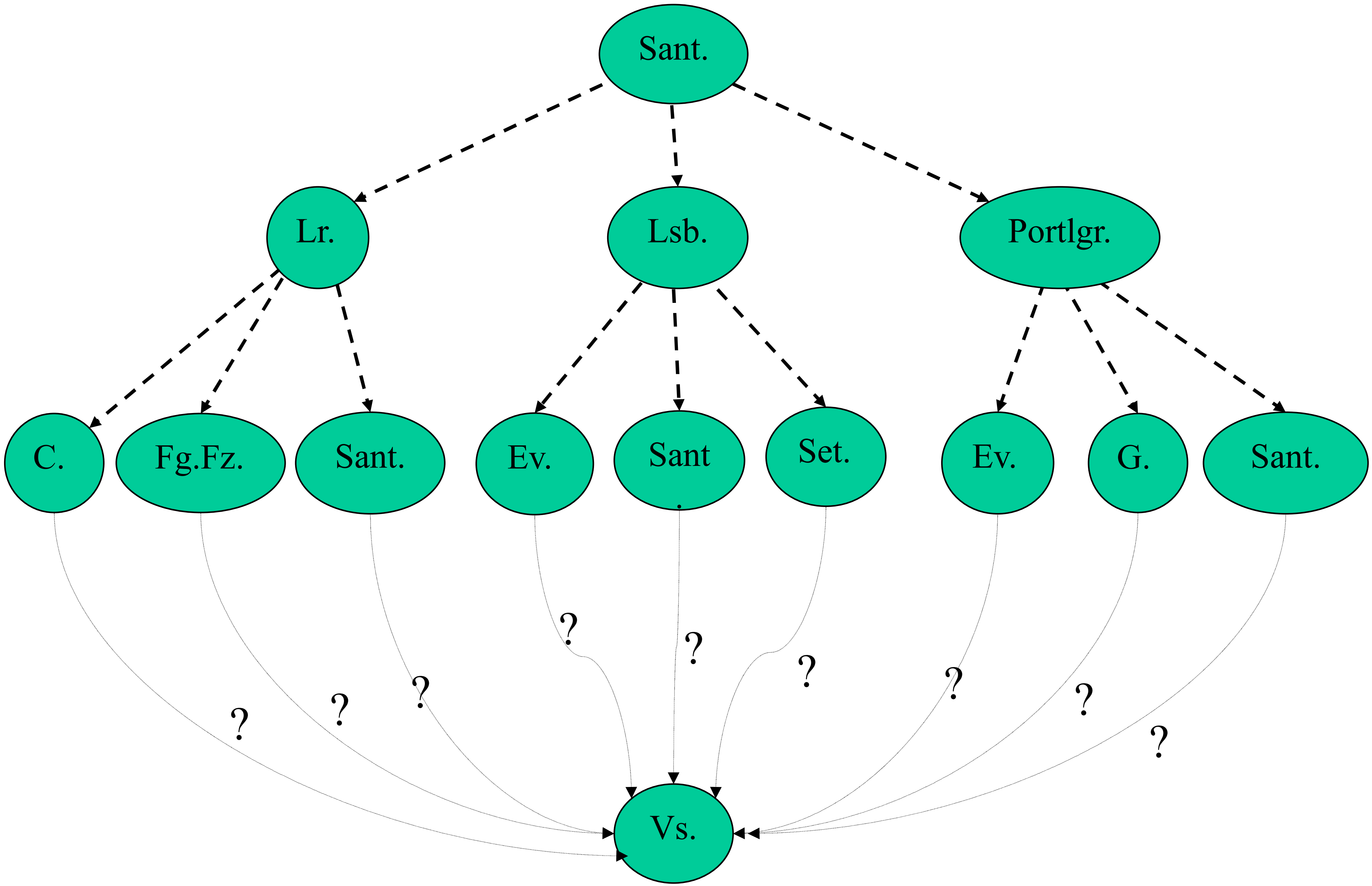
Formulação de problemas e pesquisa de soluções

- A formulação de um problema inclui:
  - Descrição do ponto de partida – o estado inicial
  - Exemplos
    - A situação no jogo de xadrez
    - A descrição de um mapa e a localização inicial do viajante
  - Um conjunto de transições de estados
  - Um função que diz se um dado estado satisfaz o objectivo
  - Por vezes também uma função que avalia o custo de uma solução
- A pesquisa de uma solução é um processo que, de forma recursiva ou iterativa, vai executando transições de estados até que um estado gerado satisfaça o objectivo.

Aplicação: determinar um percurso num mapa topológico

- Dados:
  - Distâncias por estrada entre cidades vizinhas
- Exemplo:
  - Determinar um caminho de Santarém para a Viseu




Sant.
Lr.
Lsb.
Portlgr.
C.
Fg.Fz.
Sant.
Ev.
Sant
Set.
Ev.
G.
Sant.
?
?
?
?
?
?
?
?
?
Vs.

Estratégias de pesquisa

- Pesquisa em árvore
  - Estratégias de pesquisa cega (não informada):
    - Em largura
    - Em profundidade
    - Em profundidade com limite
    - Em profundidade com limite crescente
  - Estratégias de pesquisa informada
    - Pesquisa A* e suas variantes (custo uniforme, gulosa)
  - Advanced techniques (graph-search, IDA*, RBFS, SMA*)
- Pesquisa com propagação de restrições
- Pesquisa por melhorias sucessivas
- Planeamento

Pesquisa em árvore – algoritmo genérico

pesquisa(Problema,Estratégia) **retorna** a Solução, ou 'falhou'

    Árvore ← árvore de pesquisa inicializada com o estado inicial do Problema

    Ciclo:

        se não há candidatos para expansão, **retornar** 'falhou'

        Folha ← uma folha escolhida de acordo com Estratégia

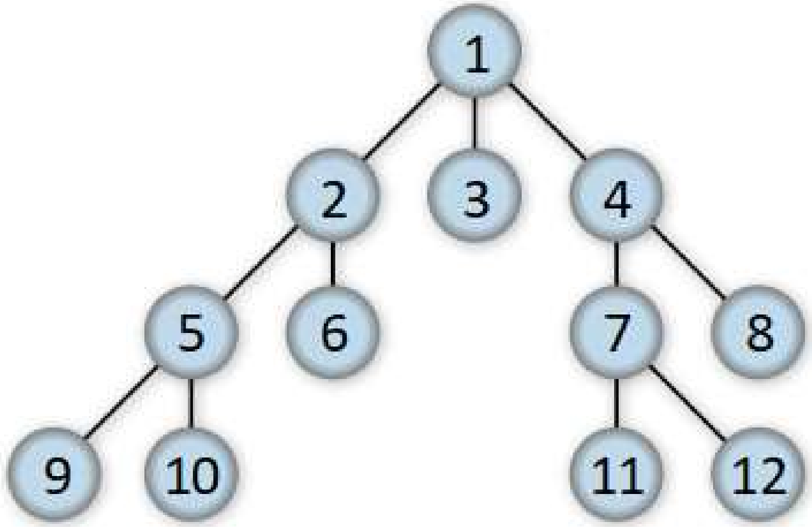
        se Folha contem um estado que satisfaz o objectivo

            então retornar a Solução correspondente

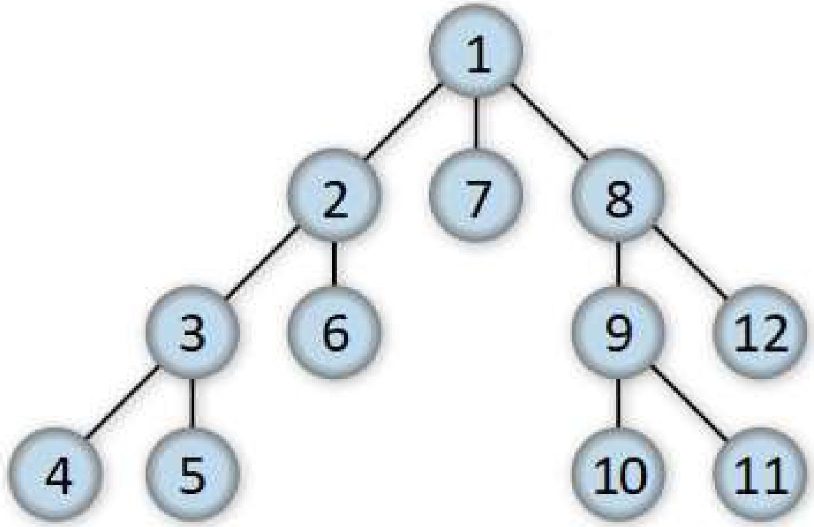
            senão expandir Folha e adicionar os nós resultantes à Árvore

    Fim do ciclo;

Percursos na árvore de pesquisa



Pesquisa em largura



Pesquisa em profundidade

(crédito das figuras: Alexander Drichel / Wikipedia)

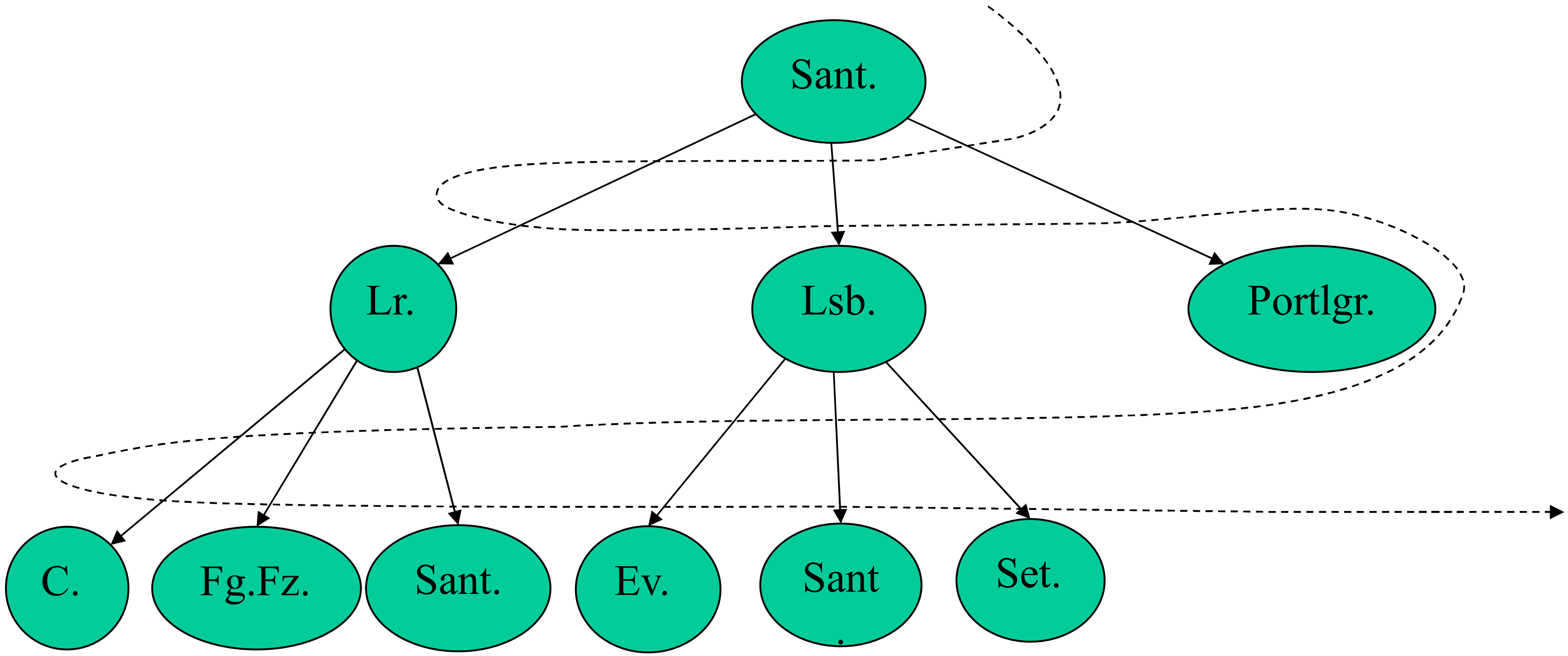
Pesquisa em árvore – implementação baseada numa fila

```
pesquisa_em_arvore(Problema,AdicionarFila) retorna a Solução, ou 'falhou'
    Fila ← [ fazer_nó(estado inicial do Problema) ]
    Ciclo
        se Fila está vazia, retornar 'falhou'
        Nó ← remover_cabeça(Fila)
        se estado(Nó) satisfaz o objectivo
            então retornar a solução(Nó)
            senão Fila ← AdicionarFila(Fila, expansão(Nó))
```

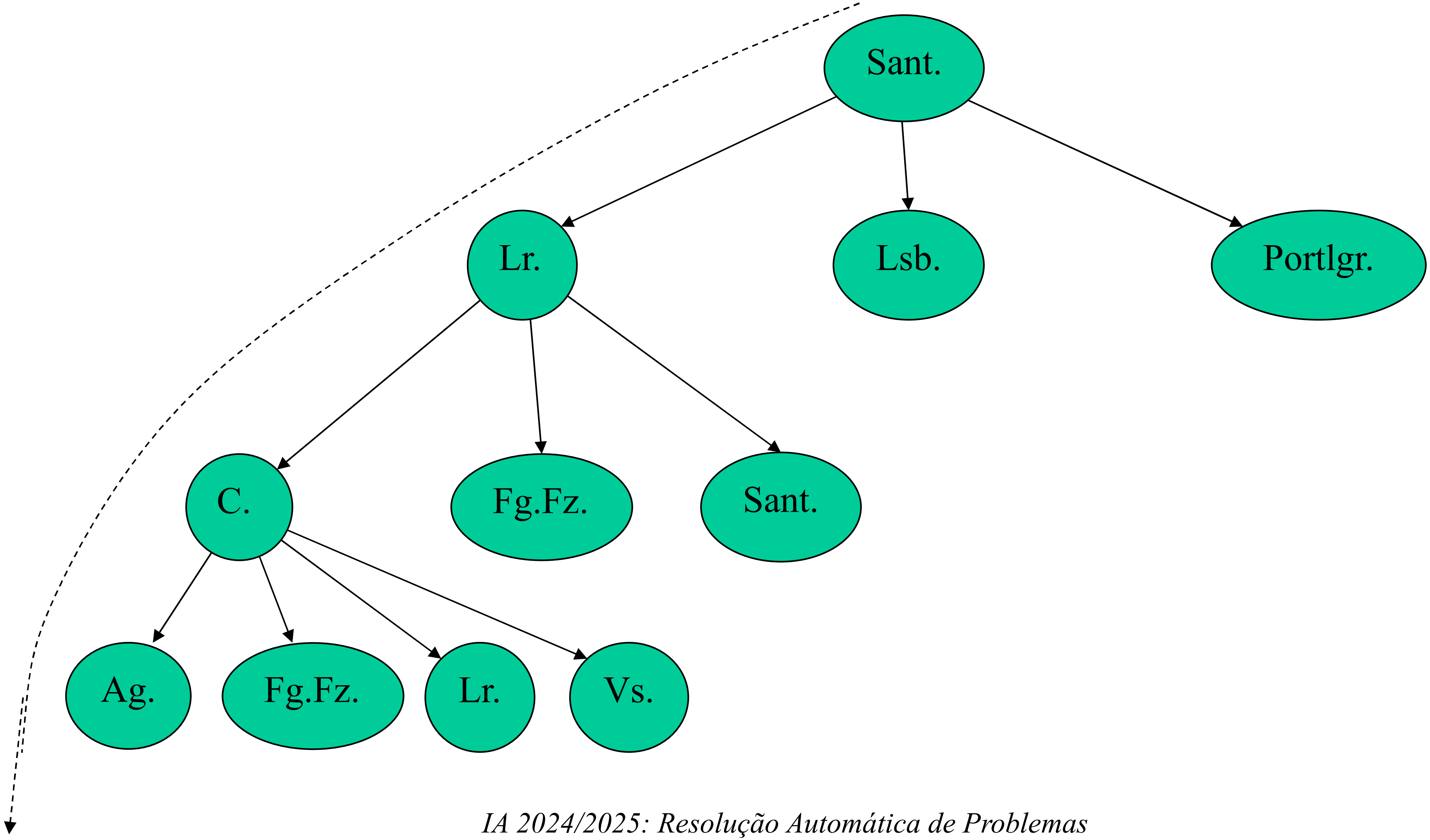
```
pesquisa_em_largura(Problema) retorna a Solução, ou 'falhou'
retornar pesquisa_em_arvore(Problema,juntar_no_fim)
```

```
pesquisa_em_profundidade(Problema) retorna a Solução, ou 'falhou'
retornar pesquisa_em_arvore(Problema,juntar_à_cabeça)
```

Pesquisa em largura



Pesquisa em profundidade



Pesquisa em Árvore em Python

- Vamos criar um conjunto de classes para suporte à resolução de problemas por pesquisa em árvore
  - Classe SearchDomain() – classe abstracta que formata a estrutura de um domínio de aplicação
  - Classe SearchProblem(domain,initial,goal) – classe para especificação de problemas concretos a resolver
  - Classe SearchNode(state,parent) – classe dos nós da árvore de pesquisa
  - Classe SearchTree(problem) – classe das árvores de pesquisa, contendo métodos para a geração de uma árvore para um dado problema

Pesquisa em Árvore em Python

SearchTree:
problem:

SearchProblem
domain:

SearchDomain
actions()
result()
cost()
heuristic()

initial:
goal:
test_goal()

strategy:

search()

open_nodes:

. . .

SearchNode
state:
parent:

- Nota: Ver módulo usado nas aulas práticas

Pesquisa em profundidade - variantes

- Pesquisa em profundidade *sem repetição de estados* – para evitar ciclos infinitos, convém garantir que estados já visitados no caminho que liga o nó actual à raiz da árvore de pesquisa não são novamente gerados
- Pesquisa em profundidade *com limite* – não são considerados para expansão os nós da árvore de pesquisa cuja profundidade é igual a um dado limite
- Pesquisa em profundidade *com limite crescente* – consiste no seguinte procedimento:
  - 1) Tenta-se resolver o problema por pesquisa em profundidade com um dado limite *N*
  - 2) Se foi encontrada uma solução, retornar.
  - 3) Incrementar *N*.
  - 4) Voltar ao passo 1.

Pesquisa informada (“melhor primeiro”)

```
pesquisa_informada(Problema,FuncAval) retorna a Solução, ou ‘falhou’
Estratégia ← estratégia de gestão de fila de acordo com FuncAval
pesquisa_em_arvore(Problema,Estratégia)
```

Avaliação das estratégias de pesquisa

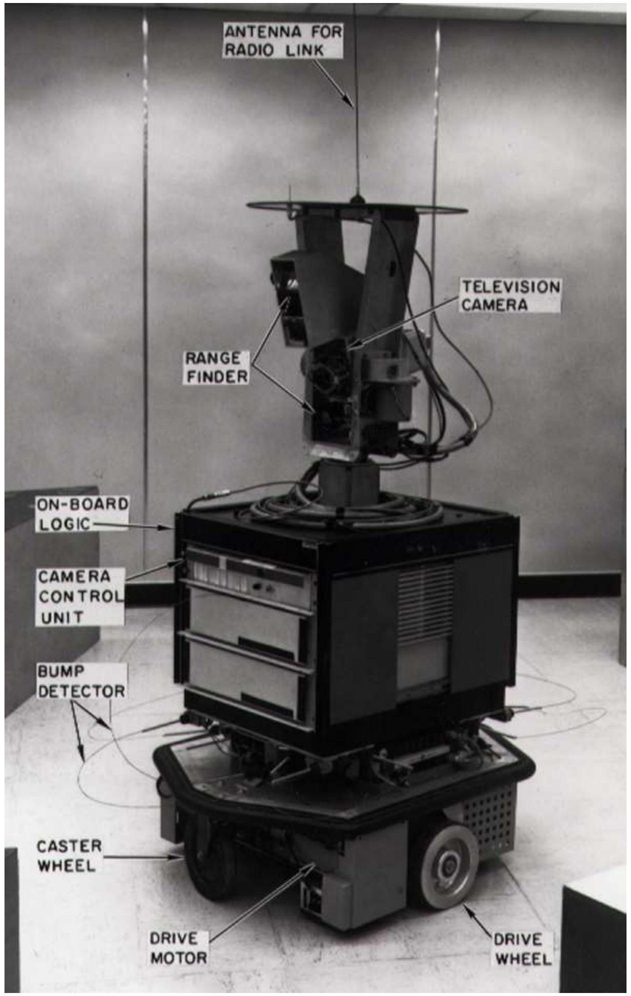
- Completude – uma estratégia é completa se é capaz de encontrar uma solução quando existe uma solução
- Complexidade temporal – quanto tempo demora a encontrar a solução
- Complexidade espacial – quanto espaço de memória é necessário para encontrar uma solução
- Optimalidade – a primeira solução que a estratégia de pesquisa consegue encontrar é a melhor solução.

Pesquisa A*

- Escolhe-se o nó em que a função de custo total $f(n)$=$g(n)$+$h(n)$ tem o menor valor
  - $g(n)$ = custo desde o nó inicial até ao nó n
  - $h(n)$ = custo estimado desde o nó n até à solução [heurística]
- A função heurística $h(n)$ diz-se *admissível* se nunca sobrestima o custo real de chegar a uma solução a partir de n.
- Se for possível garantir que $h(n)$ é admissível, então a pesquisa A* encontra sempre (um)a solução óptima.
- A pesquisa A* é também completa.

Shakey the Robot

- A pesquisa A* foi inventada em 1968 para optimizar o planeamento de caminhos deste robô



Pesquisa A* - variantes

- *Pesquisa de custo uniforme*
    - $h(n) = 0$
    - $f(n) = g(n)$
  - É um caso particular da pesquisa A*
  - Também conhecido como algoritmo de Dijkstra
  - Tem um comportamento parecido com o da pesquisa em largura
  - Caso exista solução, a primeira solução encontrada é óptima
- *Pesquisa gulosa*
    - Ignora custo acumulado $g(n)$
    - $f(n) = h(n)$
  - Dado que o custo acumulado é ignorado, não é verdadeiramente um caso particular da pesquisa A*
  - Tem um comportamento que se aproxima da pesquisa em profundidade
  - Ao ignorar o custo acumulado, facilmente deixa escapar a solução óptima

Pesquisa num grafo de estados - motivação

- Em inglês: "*graph search*"
- Frequentemente, o espaço de estados é um grafo.
- Ou seja, transições a partir de diferentes estados podem levar ao mesmo estado.
- Isto leva a que a pesquisa fique menos eficiente.
- Portanto, o que se deve fazer é memorizar os estados já visitados por forma a evitar tratá-los novamente.
- Memoriza-se apenas o melhor caminho até cada estado

Pesquisa num grafo de estados

- Tal como no algoritmo anterior, trabalha-se com uma fila de nós
  - Chama-se fila de nós ABERTOS (nós ainda não expandidos, ou folhas)
  - Em cada iteração, o primeiro nó em ABERTOS é seleccionado para expansão
- Adicionalmente, usa-se também uma lista de nós FECHADOS (os já expandidos)
  - Necessário para evitar repetições de estados

Pesquisa num grafo de estados - algoritmo

- 1. Inicialização
  - *N0* ← nó do estado inicial; *ABERTOS* ← { *N0* }
  - *FECHADOS* ← { }
- 2. Se *ABERTOS* = {}, então acaba sem sucesso.
- 3. Seja *N* o primeiro nó de *ABERTOS*.
  - Retirar *N* de *ABERTOS*.
  - Colocar *N* em *FECHADOS*.
- 4. Se *N* satisfaz o objectivo, então retornar a solução encontrada.
- 5. Expandir *N* :
  - *CV* ← conjunto dos vizinhos sucessores de *N*
  - Para cada $X \in CV - (ABERTOS \cup FECHADOS)$, ligá-lo ao antecessor directo, *N*
  - Para cada $X \in CV \cap (ABERTOS \cup FECHADOS)$, ligá-lo a *N* caso o melhor caminho passe por *N*
  - Adicionar os novos nós a *ABERTOS*
  - Reordenar *ABERTOS*
- 6. Voltar ao passo 2.

Pesquisa num grafo de estados

- Tal como a pesquisa em árvore, a “pesquisa em grafo” ou “graph search” utiliza uma árvore de pesquisa
- No entanto, a pesquisa em árvore normal ignora a possibilidade de o espaço de estados ser um grafo
  - Mesmo que o espaço de estados seja um grafo, a pesquisa em árvore trata-o como se fosse uma árvore
- Pelo contrário, a pesquisa em grafo leva em conta que o espaço de estados é normalmente um grafo e garante que a árvore de pesquisa não tem mais do que um caminho para cada estado

Avaliação da pesquisa em árvore - factores de ramificação

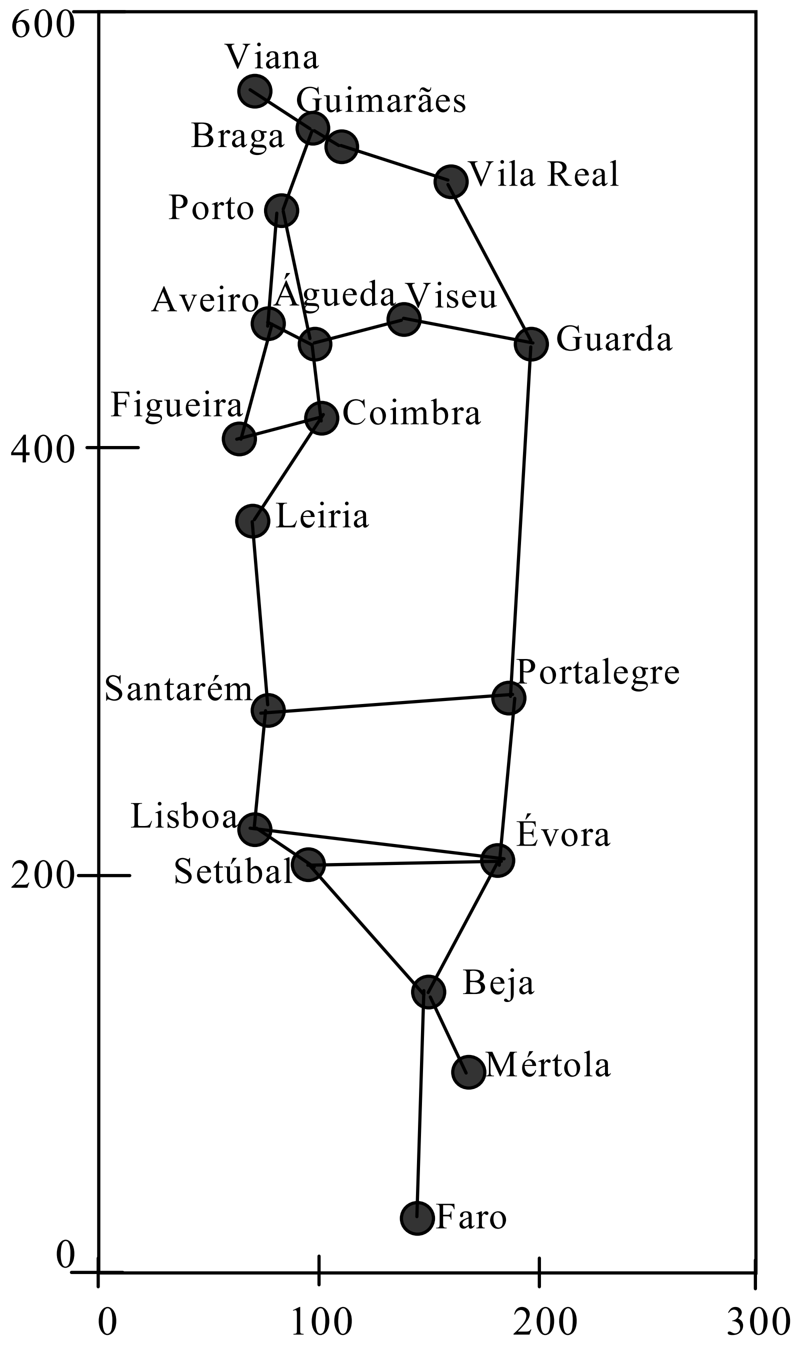
- Seja:
  - N – número de nós da árvore de pesquisa no momento em que se encontra a solução
  - X – Número de nós expandidos (não terminais)
  - d – comprimento do caminho na árvore correspondente à solução
- *Ramificação média* – número médio de filhos por nó expandido:

$$RM = \frac{N-1}{X}$$

  Nota: a ramificação média é um indicador da <u>dificuldade do problema</u>.
- *Factor de ramificação efectivo* – número de filhos por nó, B, numa árvore com ramificação constante e com profundidade constante *d*. Portanto:
  $1 + B + B^2 + ... + B^d = N$ ou seja: $\frac{B^{d+1}-1}{B-1} = N$ (resolve-se por métodos numéricos).
  - O factor de ramificação efectiva é um indicador da <u>eficiência da técnica de pesquisa</u> utilizada.

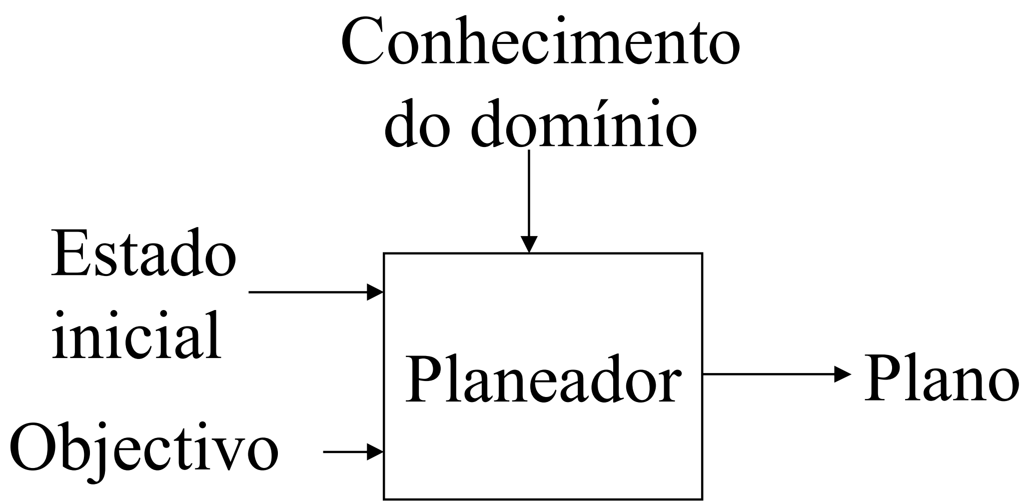
Aplicação: planear um passeio turístico

- Dados:
  - Coordenadas entre cidades
  - Distâncias por estrada entre cidades vizinhas
- Calcular:
  - O melhor caminho entre duas cidades.
- Usando:
  - Pesquisa em largura
  - Pesquisa A*



Aplicação: planeamento de sequências de acções

- O problema consiste em determinar uma sequência de acções a desempenhar por um agente por forma a que, partindo de um dado *estado inicial*, se atinja um dado *objectivo*.
- O *conhecimento do domínio* inclui uma descrição das *condições de aplicabilidade* e *efeitos* das acções possíveis.

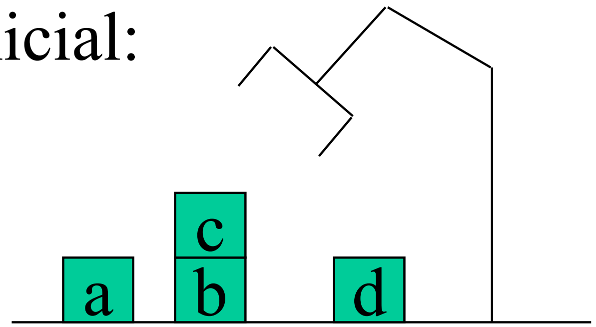


Representação de acções em problemas de planeamento

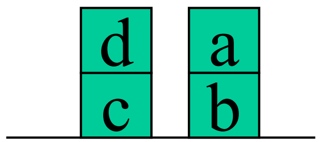
- STRIPS – planeador desenvolvido por volta de 1970, por Fikes, Hart e Nilsson
- A funcionalidade de um dado tipo de operação é definida, no formalismo STRIPS, através de uma estrutura chamada *operador*, que inclui a seguinte informação:
  - *Pré-condições* - um conjunto de fórmulas atómicas que representam as condições de aplicabilidade deste tipo de operação.
  - *Efeitos negativos* (*delete list*) – um conjunto de fórmulas atómicas que representam propriedades do mundo que deixam de ser verdade ao executar-se a operação.
  - *Efeitos positivos* (*add list*) – um conjunto de fórmulas atómicas que representam propriedades do mundo que passam a ser verdade ao executar-se a operação.

Exemplo: planeamento no mundo dos blocos

Estado inicial:



Objectivo:



Plano:
[desempilhar(c,b),
poisar(c),
levantar(d),
empilhar(d,c),
levantar(a),
empilhar(a,b)]

Especificação de acções. Exemplo: empilhar(X,Y)

- Pré-condições: [no_robot(X), livre(Y)]
- Efeitos negativos: [no_robot(X), livre(Y)]
- Efeitos positivos: [em_cima(X,Y), robot_livre]

Pesquisa A* - heurísticas

- Uma heurística é tanto melhor quanto mais se aproximar do custo real
  - A qualidade de uma heurística pode ser medida através do factor de ramificação efectiva
  - Quanto melhor a heurística, mais baixo será esse factor
- Em alguns domínios, há funções de estimação de custos que naturalmente constituem heurísticas admissíveis
  - Exemplo: Distância em linha recta no domínio dos caminhos entre cidades
- Em muitos outros domínios práticos, não há uma heurística admissível que seja óbvia
  - Exemplo: Planeamento no mundo dos blocos

Pesquisa A* - cálculo de heurísticas admissíveis em problemas simplificados

- Um problema simplificado (*relaxed problem*) é um problema com menos restrições do que o problema original
  - É possível gerar automaticamente formulações simplificadas de problemas a partir da formulação original
  - A resolução do problema simplificado será feita usando pouca ou nenhuma pesquisa
  - Pode-se assim "inventar" heurísticas, escolhendo a melhor, ou combinando-as numa nova heurística
- IMPORTANTE: O custo de uma solução óptima para um problema simplificado constitui uma heurística admissível para o problema original

Pesquisa A* - combinação de heurísticas

- Se tivermos várias heurísticas admissíveis (h_1, …, h_n), podemos combiná-las numa nova heurística:
  - $H(n) = \max(\{h_1(n), \ldots, h_n(n)\})$
- Esta nova heurística tem as seguintes propriedades:
  - Admissível
  - Dado que é uma melhor aproximação ao custo real, vai ser uma heurística melhor do que qualquer das outras

Pesquisa A* em aplicações práticas

- Principais vantagens
  - Completa
  - Óptima
- Principais desvantagens
  - Na maior parte das aplicações, o consumo de memória e tempo de computação têm um comportamento exponencial em função do tamanho da solução
  - Em problemas mais complexos, poderá ser preciso utilizar algoritmos mais eficientes, ainda que sacrificando a optimalidade
  - Ou então, usar heurísticas com uma melhor aproximação média ao custo real, ainda que não sendo estritamente admissíveis, e não garantindo portando a optimalidade da pesquisa

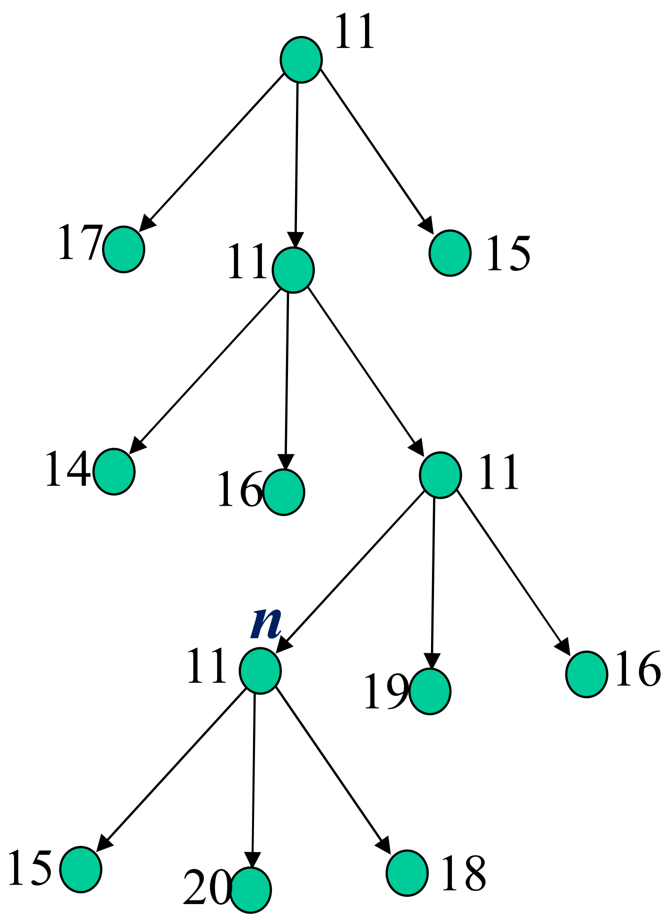
IDA*

- Semelhante à pesquisa em profundidade com aprofundamento iterativo
- A limitação à profundidade é estabelecida indirectamente através de um limite na função de avaliação $f(n) = g(n)+h(n) \leq f_{max}$
  - Ou seja: Qualquer nó n com $f(n) > f_{max}$ não será expandido
- Passos do algoritmo:
  1. $f_{max} = f(\text{raiz})$
  2. Executar pesquisa em profundidade com limite f_{max}
  3. Se encontrou solução, retornar solução encontrada
  4. $f_{max} \leftarrow$ menor $f(n)$ que tenha sido superior a f_{max} na última execução do A*
  5. Voltar ao passo 2

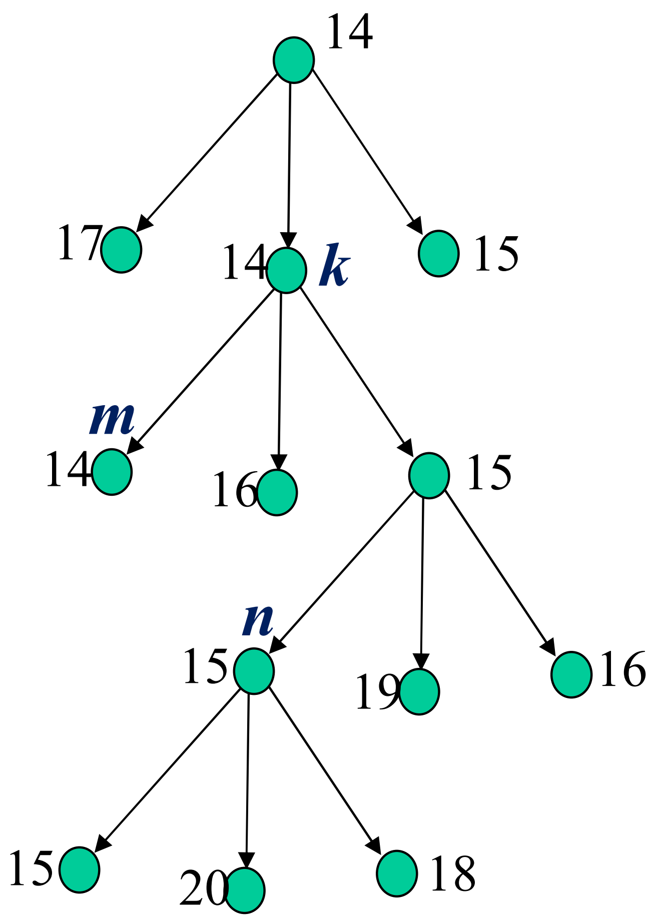
RBFS

- Pesquisa recursiva melhor-primeiro (*Recursive Best-First Search*)
- Para cada nó n, o algoritmo não guarda o valor da função de avaliação $f(n)$, mas sim o menor valor $f(x)$, sendo x uma folha descendente do nó n
  – Sempre que um nó é expandido, os custos armazenados nos ascendentes são actualizados
- Funciona como pesquisa em profundidade com retrocesso
  – Quando a folha m com menor custo $f(m)$ não é filha do último nó expandido n, então o algoritmo retrocede até ao ascendente comum de m e n

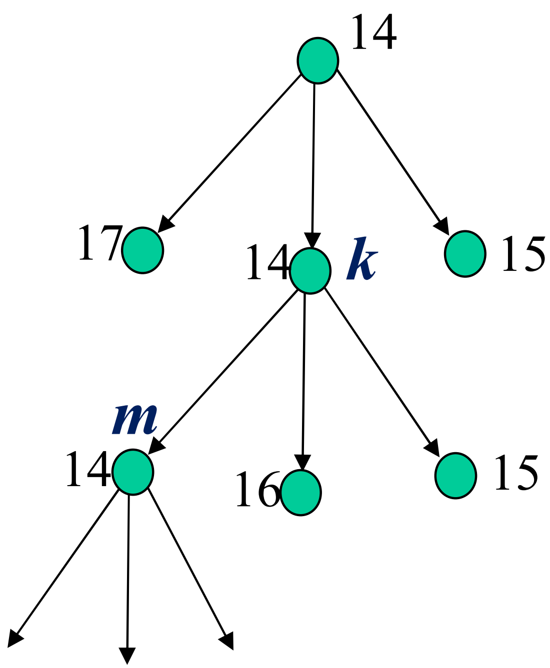
RBFS – exemplo



Nó *n* acaba de ser expandido



Custos foram actualizados

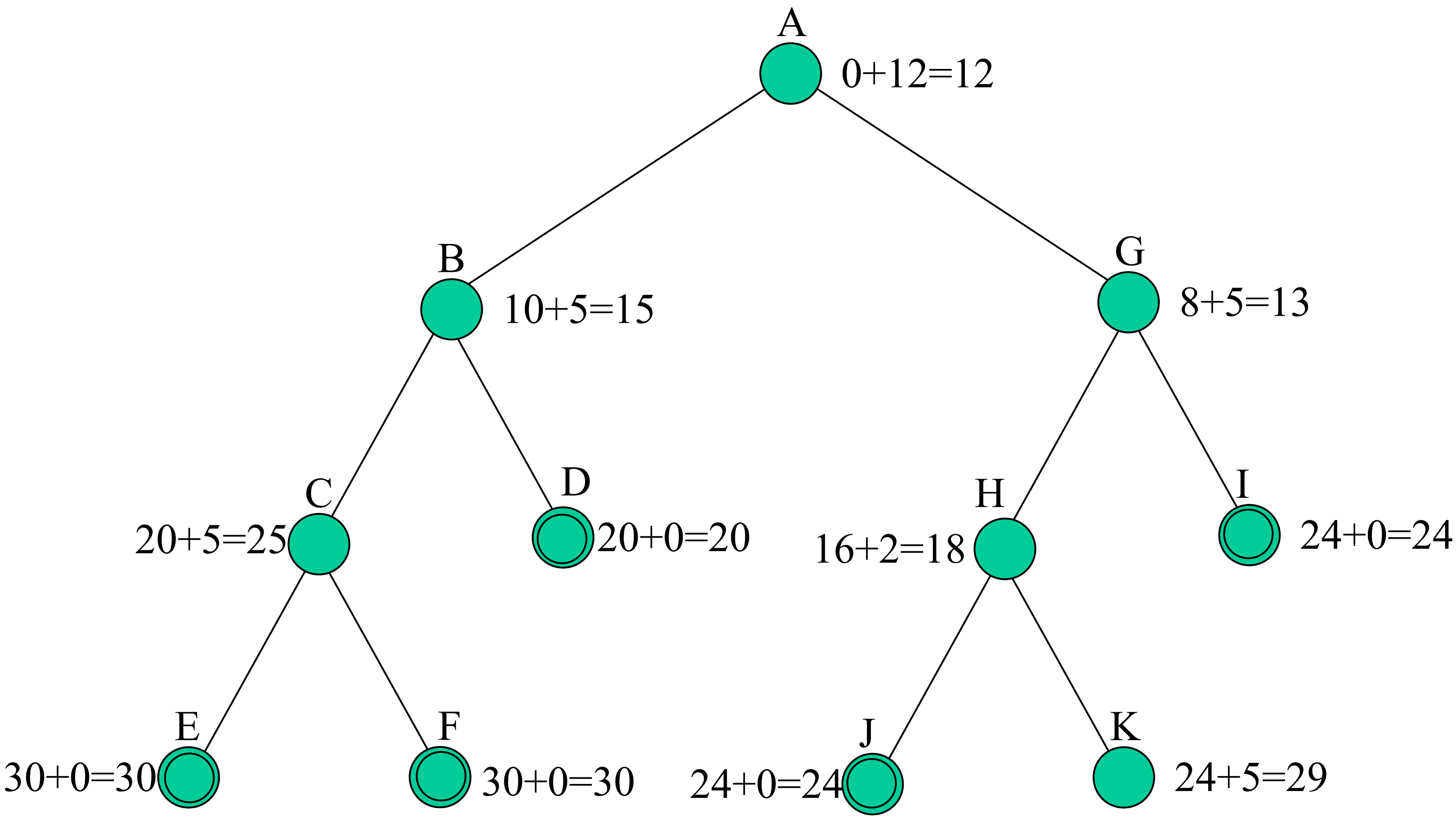


Algoritmo retrocedeu até ao nó *k*;
Expansão segue pelo nó *m*

SMA*

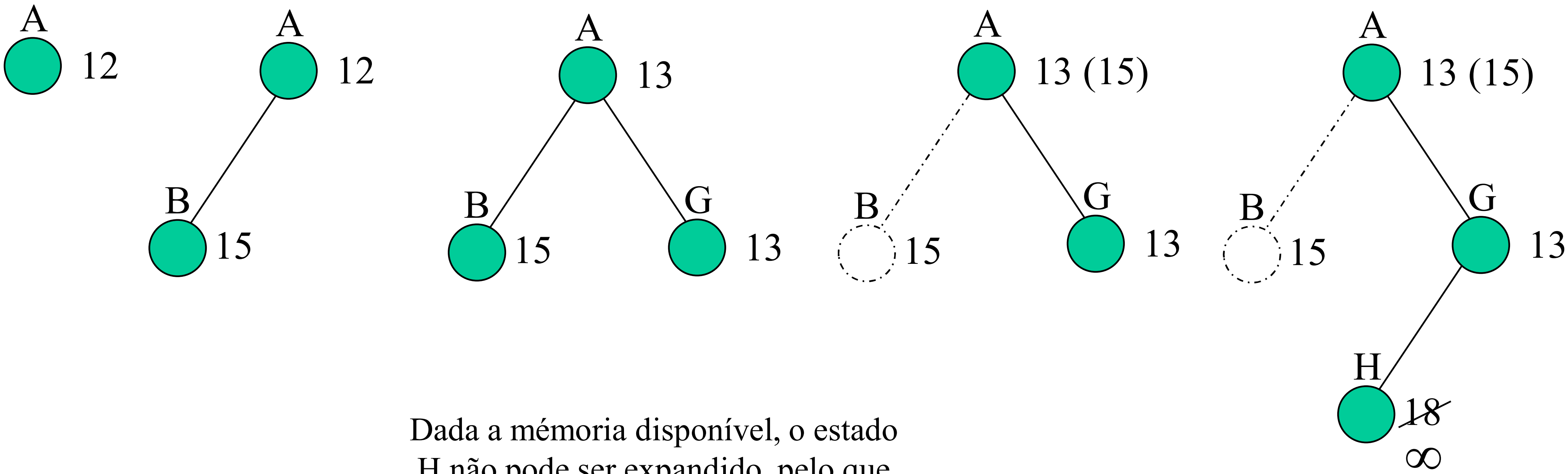
- A* com memória limitada simplificado (*simplified memory-bounded A**)
- Usa a memória disponível
  - Contraste com IDA* e RBFS: estes foram desenhados para poupar memória, independentemente de ela existir de sobra ou não
- Quando a memória chega ao limite, esquece (remove) o nó *n* com maior custo $f(n)=g(n)+h(n)$, actualizando em cada um dos nós ascendentes o "custo do melhor nó esquecido"
- Só volta a gerar o nó *n* quando o custo do melhor nó esquecido registado no antecessor de *n* for inferior aos custos dos restantes nós
- Em cada iteração, é gerado apenas um nó sucessor
  - Existindo já um ou mais filhos de um nó, apenas se gera ainda outro se o custo do nó pai for menor do que qualquer dos custos dos filhos
  - Quando se gerou todos os filhos de um nó, o custo do nó pai é actualizado como no RBFS

SMA* - exemplo – espaço de estados



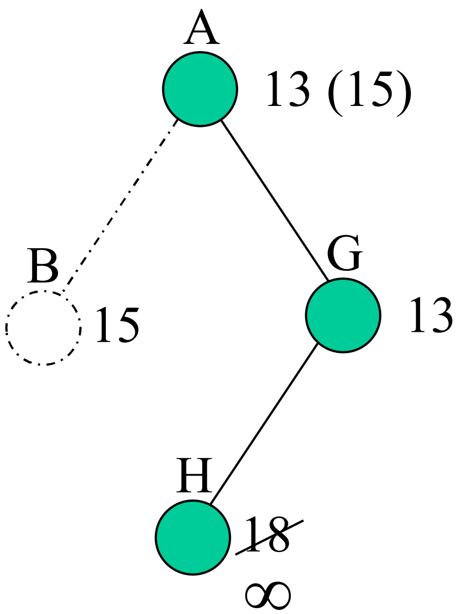
SMA* - exemplo

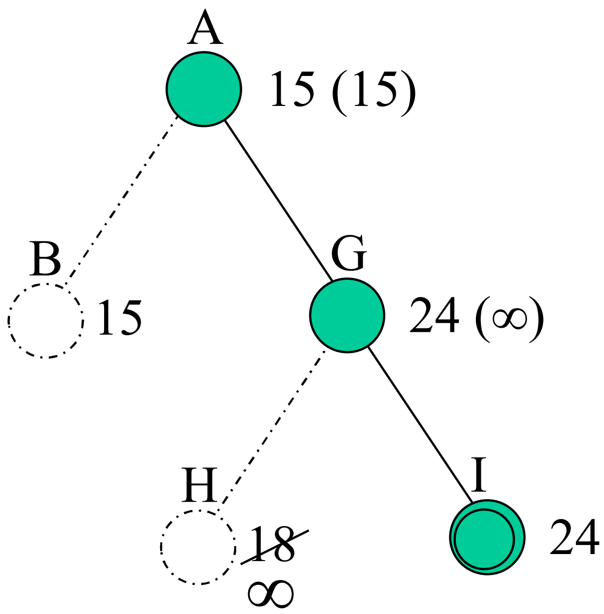
- Neste exemplo: memória = 3 nós
  – Melhores custos de nós esquecidos anotados entre parêntesis



Dada a mémoria disponível, o estado
H não pode ser expandido, pelo que
o seu custo é infinito

SMA* - exemplo (cont.)





- Chegámos a uma solução (estado I)
- Se quisermos continuar: Das restantes folhas já exploradas, a que tinha o estado B era a melhor, por isso a pesquisa retrocede e continua expandindo esse folha

Estratégias de pesquisa

- Pesquisa em árvore
- Pesquisa com propagação de restrições
- Pesquisa por melhorias sucessivas
- Planeamento

Pesquisa para problemas de atribuição

- Nos problemas de atribuição pretende-se atribuir valores a um conjunto de variáveis, respeitando um conjunto de restrições.
- Exemplos:
  - Problema das 8 rainhas - distribuir 8 rainhas num tabuleiro de xadrez de forma a que haja uma e uma só rainha em cada linha e em cada coluna e não haja mais do que uma rainha em cada diagonal.
  - Invenção de palavras cruzadas – dada uma matriz de palavras cruzadas vazia, preencher os espaços brancos com letras, de forma a que a matriz possa ser usada como passatempo de palavras cruzadas.
- Técnicas de resolução de problemas de atribuição:
  - Método construtivo – usando técnicas de pesquisa em árvore
    - Em cada passo da pesquisa atribui-se um valor a uma variável
  - Método construtivo combinado com propagação de restrições
  - Resolução por melhorias sucessivas

Pesquisa com propagação de restrições em problemas de atribuição

- Construir um grafo de restrições:
  - Em cada nó do grafo está uma variável
  - Um arco dirigido liga um nó *i* a um nó *j* se o valor da variável de *j* impõe restrições ao valor da variável de *i*.
  - Um arco (*i*,*j*) é *consistente* se, para cada valor da variável *i*, existe um valor da variável *j* que não viola as restrições.
- Tipicamente, usa-se uma estratégia de pesquisa em profundidade; em cada iteração da pesquisa, faz-se o seguinte:
  - 1) Seleciona-se arbitrariamente um dos valores possíveis para uma das variáveis (descartam-se os restantes)
  - 2) Restringem-se os conjuntos de valores possíveis das restantes variáveis por forma a que os arcos do grafo de restrições continuem consistentes.
- Nota: Neste caso, cada estado da pesquisa não representa uma situação ou configuração possível do mundo, como acontece no problema dos blocos; o estado é constituído pelos conjuntos de valores possíveis para as variáveis.

Pesquisa com propagação de restrições em problemas de atribuição - algoritmo

1. Inicialização: o nó inicial da árvore de pesquisa é composto por todas as variáveis e todos os valores possíveis para cada uma delas
2. Se pelo menos uma variável tem um conjunto de valores vazio, falha e retrocede; se não puder retroceder, a pesquisa falha
3. Se todas as variáveis têm exactamente um valor possível, tem-se uma solução; retornar com sucesso
4. Expansão: Escolher arbitrariamente uma variável V_k e, de entre os valores possíveis, um dado valor X_{kl} – descartar os restantes valores possíveis dessa variável
5. Propagação de restrições: para cada arco (i,j) no grafo de restrições, remover os valores na variável V_i por forma a que o arco fique consistente
6. Caso tenha sido preciso remover valores na origem de algum arco, voltar a repetir o passo 5.
7. Voltar ao passo 2.

Propagação de restrições - algoritmo

- Os passos 5 e 6 do algoritmo anterior executam a propagação de restrições
- Esta parte do processo é suportada por uma fila de arestas do grafo de restrições
  - Inicialmente, a fila contém as arestas que apontam para a variável cujo valor foi fixado

propagarRestricoes(*grafoRestricoes*,*FilaArestas*) **retorna** o grafo de restrições com domínios possivelmente mais limitados

enquanto *FilaArestas* não vazia **fazer** {

  $(X_j,X_i) \leftarrow$ remover cabeça de *FilaArestas*

  remover valores inconsistentes em X_j

  se removeu valores, **então**

    para cada vizinho X_k, acrescentar (X_k,X_j) a *FilaArestas*

}

Tipos de restrições

- Restrições unárias – envolvem apenas uma variável
  - Podem ser satisfeitas através de pré-processamento do domínio de valores da variável – aproveitam-se apenas os valores que satisfazem a restrição
- Restrições binárias – envolvem duas variáveis
  - Uma restrição binária é directamente representada por uma aresta no grafo de restrições
- Restrições de ordem superior – envolvem três ou mais variáveis
  - Através da introdução de variáveis auxiliares, uma restrição de ordem superior pode ser transformada num conjunto de restrições binárias e/ou unárias

Exemplo: quebra-cabeças critpoaritmético

```
  T W O
+ T W O
-------
F O U R
```

- Variáveis principais: F, O, R, T, U, W ($\in$ { 0 .. 9 })
- Variáveis internas: X_1 (transporte das unidades para as dezenas) e X_2 (transporte das dezenas para as centenas) ($\in$ { 0, 1 })
- Restrições:
  - Todas as variáveis são diferentes [restrição sobre 6 variáveis]
  - $2 \cdot O = R + 10 \cdot X_1$ [restrição sobre 3 variáveis]
  - $2 \cdot W + X_1 = U + 10 \cdot X_2$ [restrição sobre 4 variáveis]
  - $2 \cdot T + X_2 = O + 10 \cdot F$ [restrição sobre 4 variáveis]

Restrições de ordem superior – conversão para restrições binárias

- No exemplo anterior, a restrição ternária $2 \cdot O = R + 10 \cdot X_1$ pode ser transformada no seguinte conjunto de restrições:
  - Restrições binárias:
    - O = primeiro(Aux)
    - R = segundo(Aux)
    - X_1 = terceiro(Aux)
  - Restrição unária:
    - 2· primeiro(Aux) = segundo(Aux) + 10· terceiro(Aux)
- *Aux* é uma variável auxiliar cujo domínio é o produto cartesiano dos domínios de O, R e X_1.
  - Ou seja: $Aux \in \{ 0 .. 9 \} \times \{ 0 .. 9 \} \times \{ 0, 1 \}$
  - A restrição unária sobre *Aux* pode ser satisfeita através de pré-processamento

Estratégias de pesquisa

- Pesquisa em árvore
- Pesquisa com propagação de restrições
- Pesquisa por melhorias sucessivas
    - Montanhismo (*hill-climbing*)
    - Recozimento simulado (*Simulated annealing*)
    - Algoritmos genéticos
- Planeamento

Pesquisa por melhorias sucessivas

- Também conhecida como **pesquisa local**
  - A partir de uma dada configuração inicial, fazem-se refinamentos sucessivos até obter uma configuração satisfatória
  - A solução inicial pode ser aleatória
- Técnicas mais comuns:
  - Reparação heurística
    - É a versão mais básica deste tipo de pesquisa: reparações à solução inicial vão sendo aplicadas de acordo com uma heurística local.
    - No caso de problemas de satisfação de restrições, a heurística pode ser:
      - Fazer a reparação que, naquele momento, mais contribui para reduzir os conflitos entre variáveis, dadas as restrições.
  - Montanhismo
  - Recozimento simulado
  - Algoritmos genéticos

Pesquisa por melhorias sucessivas: **montanhismo**

- A pesquisa é vista como um problema de optimizar uma função
- O espaço de soluções é visto como uma paisagem de vales (zonas de soluções menos satisfatórias) e colinas (zonas de soluções melhores).
- Tem semelhanças com a pesquisa em profundidade e com a pesquisa gulosa, diferenciando-se pelo seguinte:
  - Escolhe-se sempre o sucessor com melhor valor da função de avaliação
  - Não há retrocesso (*backtracking*)
  - Quando o valor da função no nó actual é superior ao valor da função em qualquer dos seus sucessores, a pesquisa pára. (atingiu-se um máximo local)
- Problemas:
  - Máximos locais, planaltos, ravinas

Montanhismo: variantes

- **Montanhismo estocástico** – escolhe aleatoriamente entre os sucessores que melhoram a função de avaliação
- **Montanhismo de primeira escolha** – escolhe sucessores aleatoriamente até encontrar um com melhor função de avaliação que o estado actual
- **Montanhismo com reinício aleatório** – executar o montanhismo várias vezes, partindo de estados iniciais aleatórios, e escolhe a melhor solução
- **Recozimento simulado** (página seguinte)

Pesquisa por melhorias sucessivas: recozimento simulado

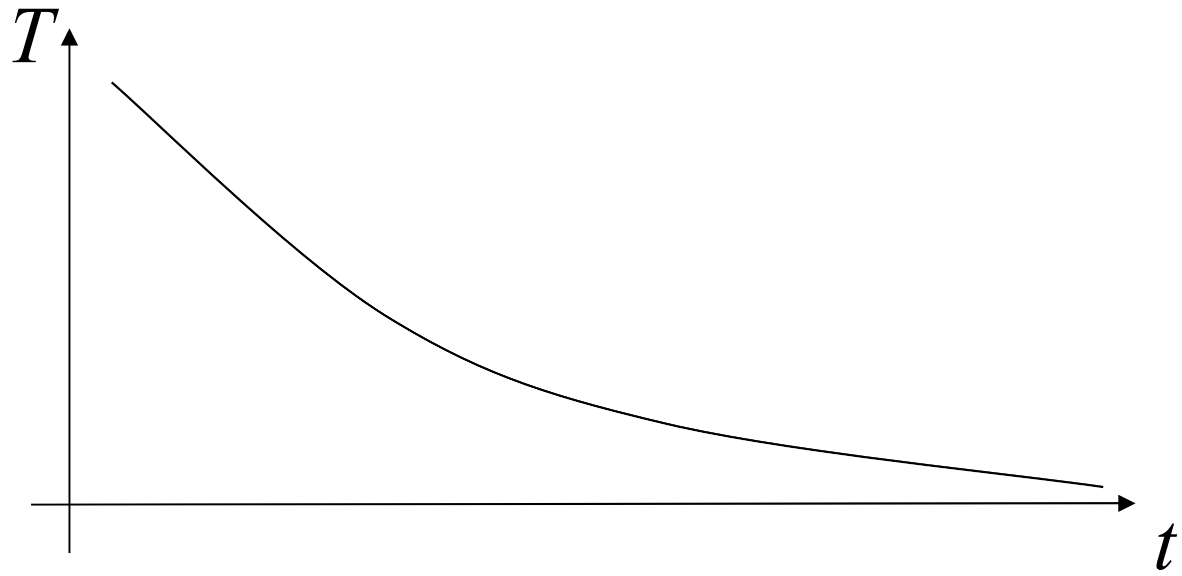
- *Recozimento simulado* (*Simulated Annealing*) é uma variante da pesquisa por montanhismo na qual podem ser aceites refinamentos que, localmente, piorem a solução.
  - O nome inspira-se no processo industrial chamado *recozimento*.
    - Recozer = "deixar esfriar lentamente (um produto de cerâmica ou de vidro) num forno especial, logo após o seu fabrico".
- Começou a ser usado circa 1980 para resolver problemas de configuração de circuitos VLSI
- Particularidades:
  - O sucessor é seleccionado aleatoriamente
  - Quando o valor da função no nó actual é superior ao valor da função no sucessor, o sucessor é aceite com uma probabilidade que diminui exponencialmente em função da perda na função de avaliação.
  - Pesquisa termina quando um indicador designado "temperatura" chega a zero.

Recozimento simulado: algoritmo

recozimento_simulado(*Problema*,*Regime_termico*,*Aval*)
(* A função *Regime_termico* dá a temperatura em função do tempo. *)
Nó ← fazer_nó(estado inicial do Problema)
repetir para *t*=0 .. ∞: {
    T ← *Regime_termico*(*t*)
    se *T*=0, **retornar** a solução de *Nó*
    Prox ← um sucessor de Nó gerado aleatoriamente
    Ganho ← *Aval*(*Prox*)-*Aval*(*Nó*)
    se *Ganho*>0, *Nó* ← *Prox*
    senão, com probabilidade exp(*Ganho*/*T*), **fazer**: *Nó* ← *Prox*
}

- Nota: Se a temperatura *T* diminuir de forma suficientemente lenta, o recozimento simulado encontra um máximo global (solução óptima) com uma probabilidade que tende para 1.

Recozimento simulado: regime térmico

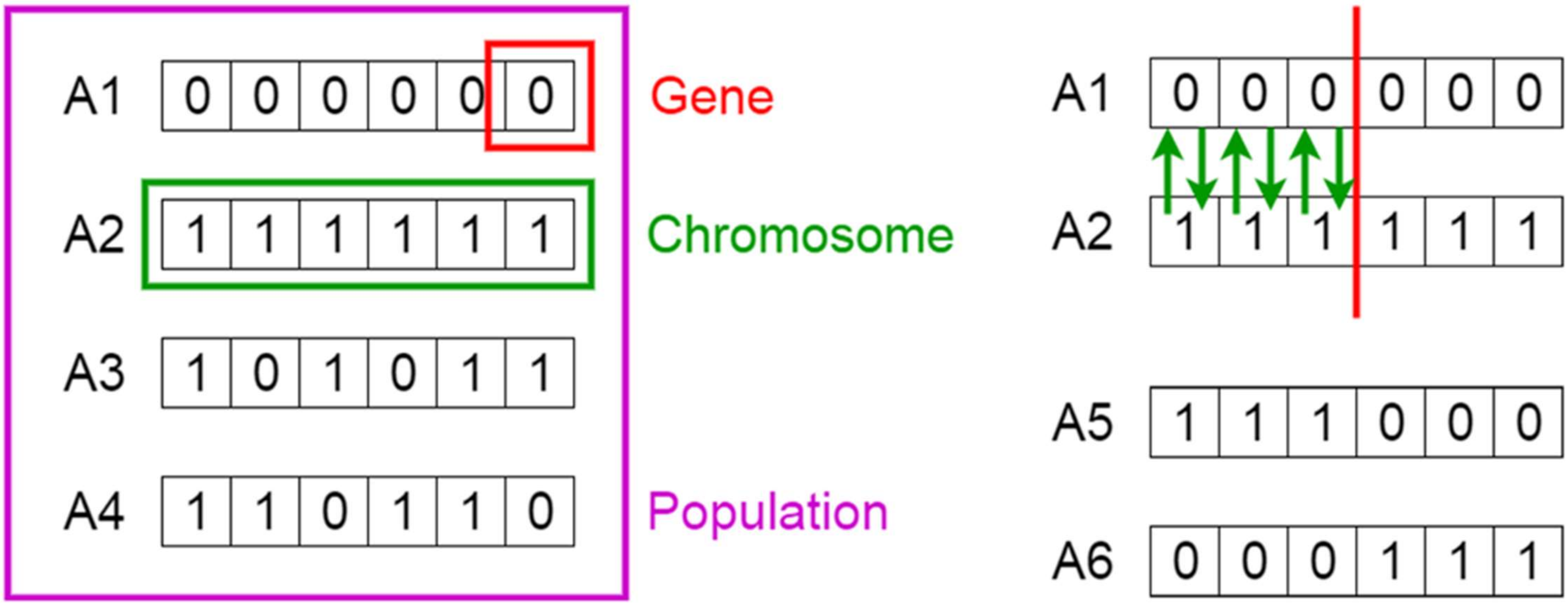


- $t \rightarrow \infty$
- $\mathrm{T} \rightarrow 0$
- $Ganho/T \rightarrow -\infty$ (dado que o Ganho é negativo)
- Probabilidade: $\exp(Ganho/T) \rightarrow 0$
- Ou seja: À medida que o tempo passa, a pesquisa arrisca cada vez menos quanto a aceitar alterações com ganho negativo

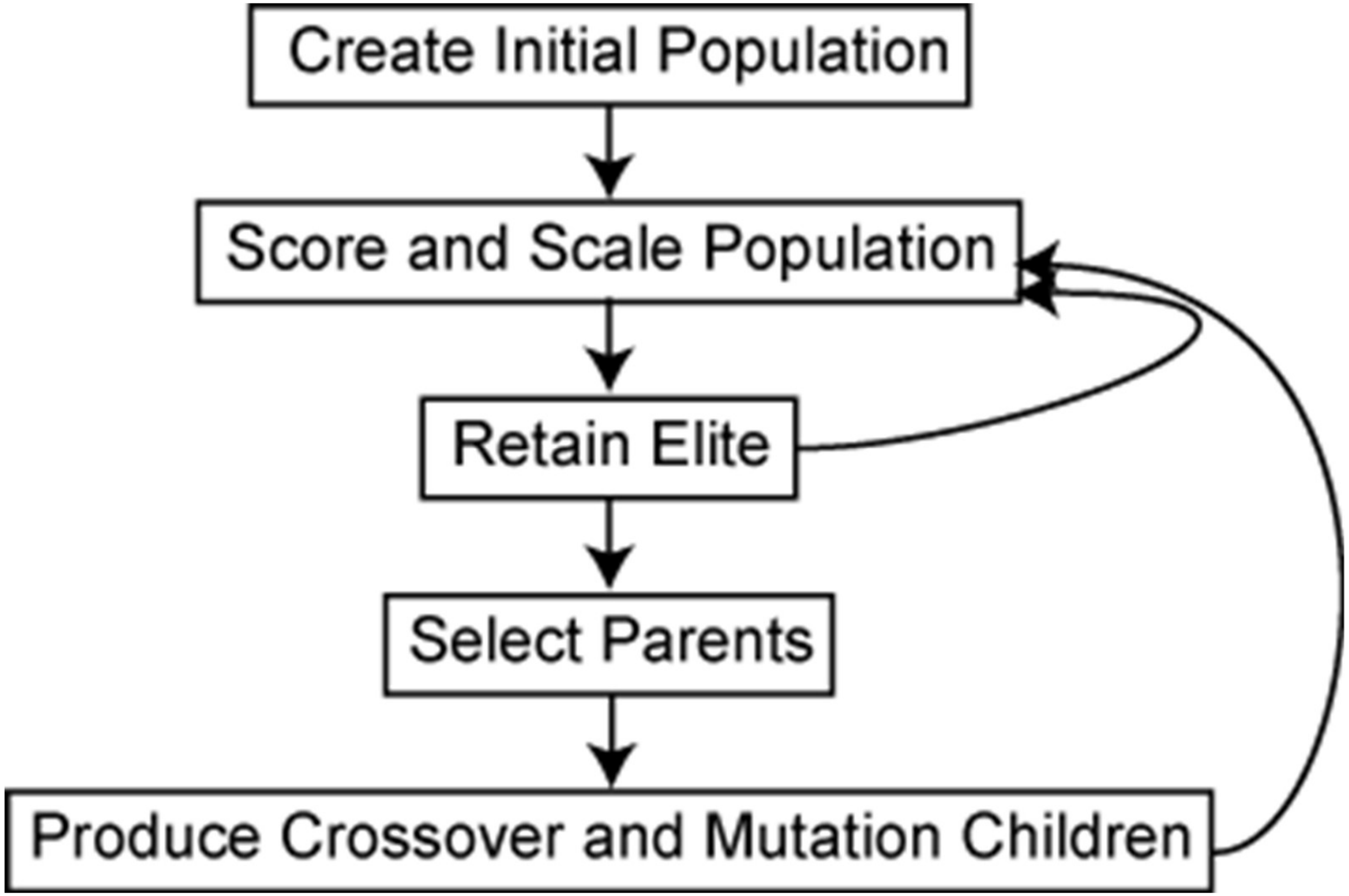
Pesquisa local alargada (*local beam search*)

- **Pesquisa local alargada** – semelhante ao montanhismo mas, em cada iteração, são mantidos *k* estados, e os melhores *k* sucessores são passados para a iteração seguinte [NOTA: podem ser seleccionados vários sucessores de alguns dos k estados e nenhum sucessor de alguns dos outros]
- **Pesquisa alargada estocástica** – semelhante à pesquisa local alargada, mas os k sucessores são seleccionados aleatoriamente
- **Algoritmos genéticos** – variante da pesquisa alargada estocástica em que os sucessores são gerados por combinação de dois estados, e não apenas por modificação de um único estado

Algoritmos Genéticos (1)



Algoritmos Genéticos (2)



Estratégias de pesquisa

- Pesquisa em árvore
- Pesquisa com propagação de restrições
- Pesquisa por melhorias sucessivas
- Planeamento

Planeamento: STRIPS, o primeiro planeador

STRIPS(*EI*,*Objectivos*)   % *EI* é argumento de entrada/saída

Plano ← [ ]

repetir {

  C ← uma condição em *Objectivos* não satisfeita em *EI*

  OP ← um operador que pode ter *C* como efeito positivo

  A ← acção, dada por uma completa instanciação de *OP*

  PC ← pré-condições de *A*

  SubPlano ← STRIPS(*EI*,*PC*)

  Plano ← concatenar(*Plano*,concatenar(*SubPlano*,[*A*]))

  EI ← novo estado, resultante da aplicação de *A* em *EI*

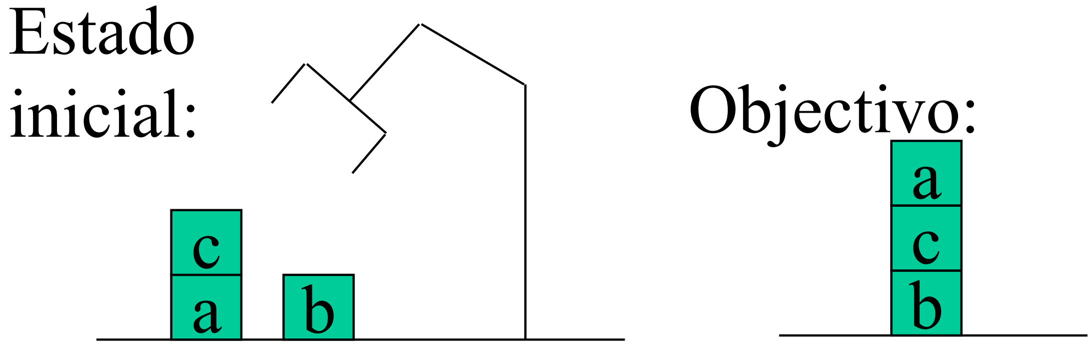
  se *Objectivos* satisfeitos em *EI*,

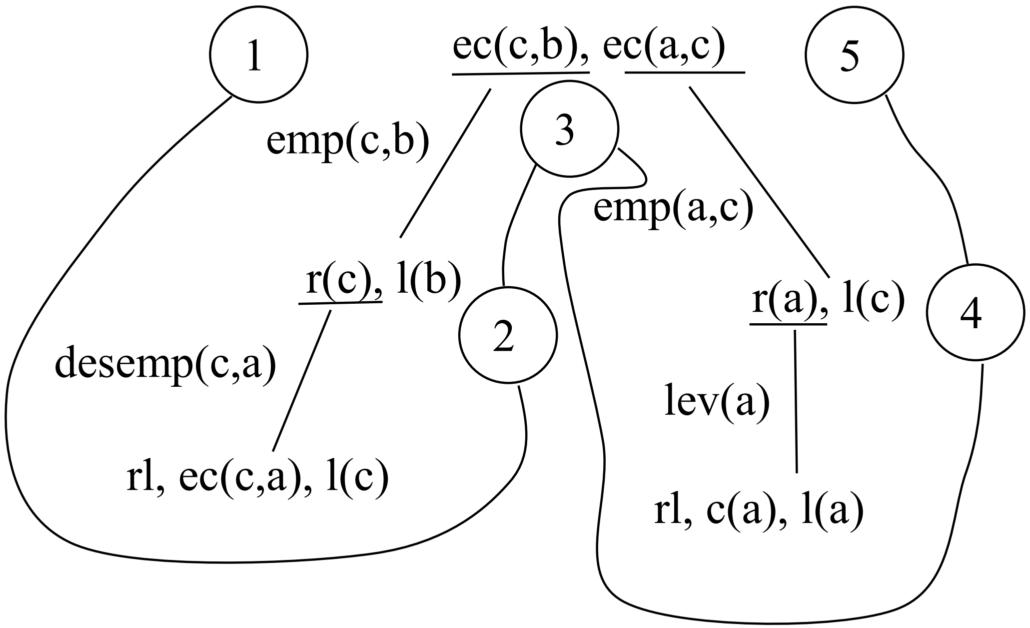
    retornar *Plano*

}

STRIPS: exemplo

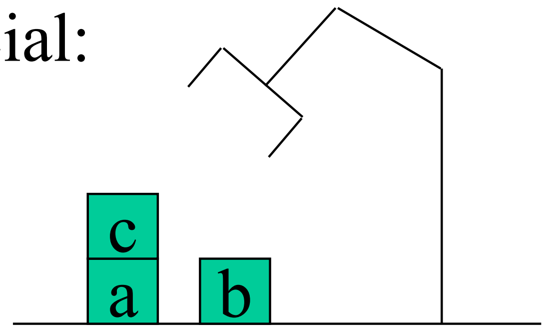
- Abreviaturas de condições:
  - Bloco em cima de bloco: ec(A,B)
  - Bloco no chão: c(B)
  - Bloco no robô: r(X)
  - Robô livre: rl
  - Bloco livre: l(X)
- Abreviaturas de operadores:
  - Empilhar: emp(A,B)
  - Desempilhar: desemp(A,B)
  - Levantar: lev(X)
  - Poisar: p(X)
- Plano:
  - desemp(c,a), emp(c,b), lev(a), emp(a,c)
- Sucessão de estados:
  - 1: ec(c,a), c(a), l(c), c(b), l(b), rl
  - 2: r(c), l(a), c(a), c(b), l(b)
  - 3: ec(c,b), l(c), l(a), c(b) , c(a), rl
  - 4: r(a), ec(c,b), c(b), l(c)
  - 5: ec(a,c), ec(c,b), c(b), rl



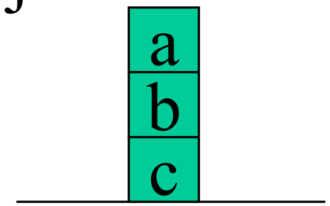


A Anomalia de Sussman

Estado inicial:



Objectivo:



- Dependendo da ordem pela qual o STRIPS trata os objectivos, os seguintes planos poderão ser gerados:
  - [desempilhar(c,a), poisar(c), levantar(a), empilhar(a,b), desempilhar(a,b), poisar(a), levantar(b), empilhar(b,c), levantar(a), empilhar(a,b)]
  - [levantar(b), empilhar(b,c), desempilhar(b,c), poisar(b), desempilhar(c,a), poisar(c), levantar(a), empilhar(a,b), desempilhar(a,b), poisar(a), levantar(b), empilhar(b,c), levantar(a), empilhar(a,b)]
- Nenhum deles é óptimo
  - Na verdade, o algoritmo STRIPS não consegue gerar um plano óptimo para este problema

Planeamento no espaço de soluções

- Em todas as aproximações ao planeamento anteriormente apresentadas, cada nó da pesquisa corresponde a um estado do mundo → *planeamento no espaço de estados*.
- Uma técnica alternativa consiste em partir de um plano vazio e adicionar sucessivamente operações e restrições de sequenciamento → *planeamento no espaço de soluções*.
- Neste caso, cada nó da pesquisa corresponde a uma solução parcial para o problema.
- Operações de transformação da solução:
  - Adicionar um operador
  - Re-ordenar operadores
  - Instanciar um operador

Planeamento Hierárquico – a técnica ABSTRIPS

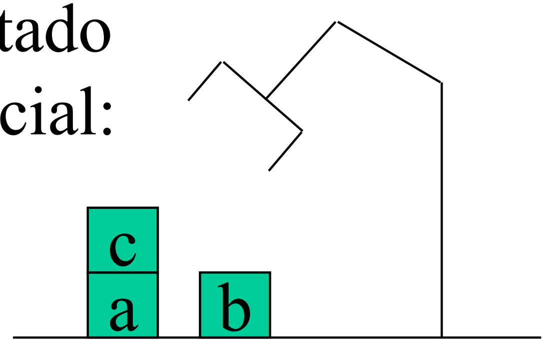
- O planeamento é realizado numa hierarquia de níveis de abstração.
- Um valor de “criticalidade” é atribuido a cada uma das condições que podem aparecer na descrição do estado do mundo.
- Algoritmo:

1. $CM \leftarrow$ valor inicial para o nível de criticalidade mínima.
2. Gerar um um plano que satisfaça todas as condições com nível de criticalidade ≥ CM.
3. $CM \leftarrow CM$-1
4. Usando o plano anterior como guia, gerar um plano que satisfaça todas as condições com criticalidade ≥ CM.
5. **se** todas as condições estão satisfeitas, **retornar** a solução.
6. **voltar** ao passo 3.

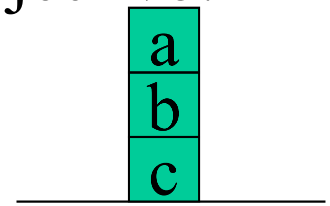
ABSTRIPS: exemplo – planeamento inicial para CM=2

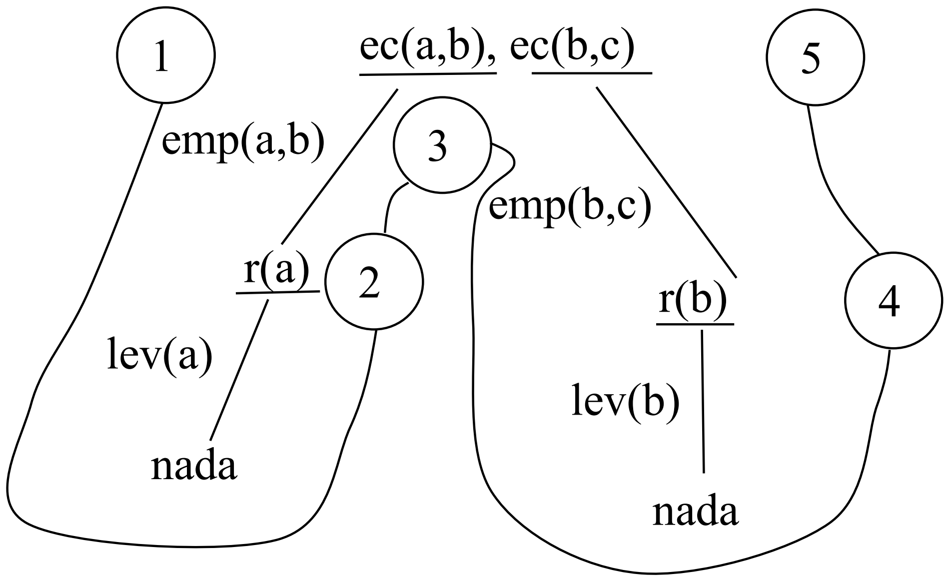
- Dois níveis de criticalidade:
  - ec(A,B) - 2
  - c(B) -1
  - r(X) - 2
  - rl - 1
  - l(X) - 1
- Plano inicial:
  - lev(a), emp(a,b), lev(b), emp(b,c)
- Sucessão de estados:
  - 1: ec(c,a)
  - 2: ec(c,a), r(a)
  - 3: ec(c,a), ec(a,b)
  - 4: ec(c,a), ec(a,b), r(b)
  - 5: ec(c,a), ec(a,b), ec(b,c)
- Os estados não são consistentes!

Estado inicial:



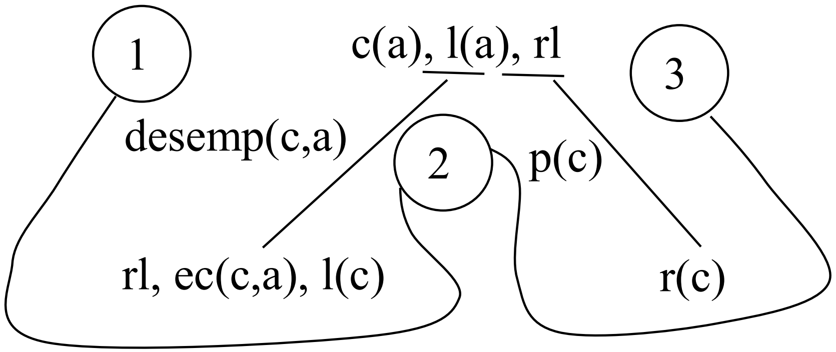
Objectivo:





ABSTRIPS: exemplo – Planeamento para CM=1

- As precondições de criticalidade 1 da primeira acção, lev(a), não estão reunidas, pelo que é preciso determinar um plano para as atingir



- Plano:
  - desemp(c,a), p(c)
- Sucessão de estados:
  - 1: ec(c,a), c(a), l(c), c(b), l(b), rl
  - 2: r(c), l(a), c(a), c(b), l(b)
  - 3: rl, c(c), l(c), l(a), c(a), c(b), l(b)

Operadores com fórmulas não atómicas e condicionais

- Literal – uma formula atómica (literal positivo) ou negação de uma fórmula atómica (literal negativo)
- Fórmula de aplicabilidade do operador pode ser:
  - Fórmula atómica
  - Negação de uma fórmula
  - Conjunção de fórmulas
  - Disjunção de fórmulas
  - Fórmula quantificada existencialmente
  - Fórmula quantificada universalmente
- Fórmula de efeitos do operador pode ser:
  - Literal
  - Conjunção de literais
  - Efeitos condicionais: when <fórmula de aplicabilidade> <fórmula de efeitos>
  - Fórmula de efeitos quantificada universalmente
  - Conjunção de fórmulas de efeitos
- Ver “PDDL - Planning Domain Definition Language”.

PDDL - exemplo

```
(:action stop
  :parameters (?f - floor)
  :precondition (lift-at ?f)
  :effect (and
              (forall (?p - passenger)
                 (when  (and (boarded ?p) (destin ?p ?f) )
                        (and (not (boarded ?p))  (served  ?p))))
              (forall (?p - passenger)
                 (when (and (origin ?p ?f) (not (served ?p)))
                       (boarded ?p)))))
```

PDDL - exemplo

```
(:action drive-truck
 :parameters (?truck – truck
                  ?loc-from ?loc-to - location
                  ?city - city)
 :precondition (and (at ?truck ?loc-from) (in-city ?loc-from ?city)
                      (in-city ?loc-to ?city))
 :effect (and (at ?truck ?loc-to)
                (not (at ?truck ?loc-from))
                (forall (?x - obj)
                      (when (and (in ?x ?truck))
                            (and (not (at ?x ?loc-from))
                                 (at ?x ?loc-to))))))
```